

★質數與合數

- ① **質數**：一個大於 1 的整數中，除了 1 與 本身 以外，再也沒有其他因數的整數。
例如： $7 = 1 \times 7 = 1 \times \text{本身}$ ，『無法分解的數』，所以 7 為質數。

★1~100之間的質數有：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、
31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、
共25個 73、79、83、89、97。

※ 注意：51 與 91 非質數，因為 $51 = 3 \times 17$ 、 $91 = 7 \times 13$ 。

- ② **合數**：一個大於 1 的整數中，除了 1 與 本身 以外，還有其他因數的整數。
例如： $6 = 2 \times 3$ 、 $35 = 5 \times 7$ ，『可分解的數』，所以 6 與 35 為合數。

★1~40之間的合數有：4、6、8、9、10、12、14、15、16、18、
20、21、22、24、25、26、27、28、30、32、
可分解的數 33、34、35、36、38、39、40。

※ 重點 (一) 0 和 1 不是質數，也不是合數。

(二) 最小的質數為 2，最小的合數為 4。

(三) 『2』是唯一偶數的質數。

- ③ 質數的判斷：(一) 1~100 以內的數，不能被 2、3、5、7 整除的數，即為質數。
(二) 1~200 以內的數，不能被 2、3、5、7、11、13 整除的數，即為質數。

例題 30：最接近 100 的質數為何？

學生演練：最接近 200 的質數為何？

例題 31：從 1 到 99 的整數中，刪去 2、3、5、7 的倍數後，所剩下最大的整數為何？

學生演練：從 1 到 95 的整數中，刪去 2、3、5、7 的倍數後，所剩下最大的整數為何？

例題 32：100 以內，個位數為 3 的質數有幾個？

學生演練：100 以內，個位數為 1 的質數有幾個？

例題 33：若長方形的邊長均為大於 1 的正整數，則下列何者不可能為長方形之面積？

(A)51 (B)91 (C)101 (D)1001

學生演練：欲將 n 個邊長為 1 的小正方形，拼成一個長、寬皆大於 1 的矩形，且不會剩下任何小正方形，則 n 不可能為下列哪一個數？

(A) 81 (B) 85 (C) 87 (D) 89

題庫 106

例題 34：已知 a 為正整數，且小於 a 的質數共有 5 個，則 $a = ?$

例題 35：已知 $a+28=b+24=c+39$ ，且 a 、 b 、 c 均為質數，則 $a+b+c = ?$ 題庫 56
(提示：質數只有一個偶數)

例題 36：若 a 、 b 、 c 均為質數，且 $a < b < c$ ， $a+b=31$ 、 $b+c=82$ ；則 a 、 b 、 c 分別為何？

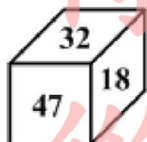
例題 37：下列哪一個整數無法拆成兩個質數之和？ (A)50 (B)55 (C)60 (D)65

例題 37：設『 $a\Theta b$ 』代表大於 a 且小於 b 所有質數的個數。例如：大於 10 且小於 15 的質數有 11、13 兩個質數，所以 $10\Theta 15=2$ 。
若 $30\Theta c=2$ ，則 c 可能為下列哪一個數？
(A) 38 (B) 42 (C) 46 (D) 50 題庫 60

例題 38：某三位數只有三個相異質因數，問此數最小 = ? 題庫 85

學生演練：已知 a 為正整數，且小於 a 的質數共有 7 個，則 $a = ?$

學生演練：如圖，正立方體每一面的數字和其對面的數字和相等，且其他三面均為質數，求此三個質數和 = ? 題庫 71



學生演練：若 a 、 b 、 c 均為質數，且 $a > b > c$ ， $a+b=64$ 、 $b+c=25$ ；則 a 、 b 、 c 分別為何？

學生演練：已知 $30=a+b=c+d=e+f$ ，若 a 、 b 、 c 、 d 、 e 為相異質數，且 $a < b < c < d < e < f$ ，則 $b+d+f = ?$

學生演練：設『 $a\Theta b$ 』代表大於 a 且小於 b 所有質數的個數。問：

(1) $30\Theta 60 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $20\Theta k = 5$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

學生演練：某數為三個相異質數的乘積，且不超過 100，問此數最大 = ? 題庫 94

★質因數分解

①質因數：既是因數，同時具有質數的特性，稱為質因數。

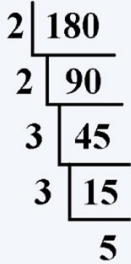
例如 18 的因數：1、2、3、6、9、18。 其中 2、3 為質數。

所以 18 的質因數=2、3。

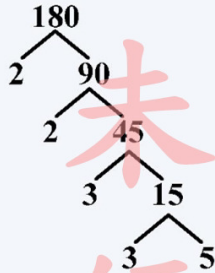
②質因數分解：將一個大於 1 的正整數分解成質因數的連乘積，稱為質因數分解。

質因數分解可分為『短除法』與『樹狀圖分解』。

① 短除法



② 樹狀圖分解



★ 標準分解式：

180 的標準分解式 = $2^2 \times 3^2 \times 5$

180 的質因數 = 2、3、5

質因數即標準分解式的『底數』

例題 39：求 1260 的標準分解式及其相異質因數為何？

學生演練：求 3276 的相異質因數之和 = ？

題庫 17

例題 40：若 $A = 15 \times 16 \times 17 \times 18$ ，求 A 的標準分解式 = ？

題庫 15

學生演練：若 $B = 64 \times 27 \times 125$ ，求 B 的標準分解式 = ？

例題 41：某生將一正整數 a 分解成質因數相乘，計算過程如右。則下列哪一個選項是正確的？

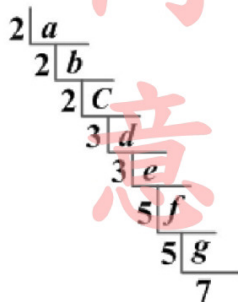
題庫 107

(A) $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

(B) $c = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(C) $e = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(D) $f = 5 \times 7$



學生演練：如圖為質因數分解的過程，則以下敘述何者正確？

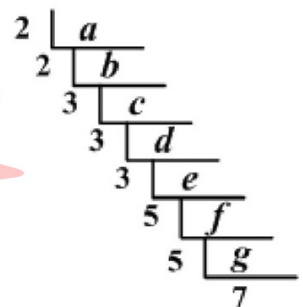
題庫 72

(A) $e = 5^2 \times 7$

(B) $c = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(C) $b = 2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

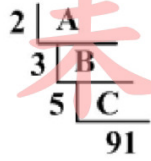
(D) $d = 3 \times 5^2 \times 7$



例題 42：利用短除法做質因數分解，問：

(1) $B = ?$

(2) A 的標準分解式 = ?



例題 43：小楊有三個孩子，小楊和三個孩子的年齡相乘 = 16835，問三個孩子的年齡和 = ?

題庫 78

例題 44：若 $655a = 2^b \times c^2 \times d \times 13$ ，則

$a + b + c + d = ?$

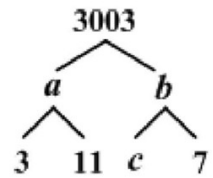
題庫 52

例題 45：有 6 個數：9、15、21、55、77、121，分成兩組，每一組三個數，且每組的乘積相同，則下列哪一個數字與 77 同一組？

(A) 9 (B) 15 (C) 21 (D) 121 題庫 95

例題 46：試將 48 與 60 做質因數分解，並寫出相同的質因數為何？

學生演練：右圖為阿超做質因數分解的過程，問 $c = ?$ 題庫 45



學生演練：若 a 、 b 、 c 為連續正整數，

且 $axbxc = 2184$ ，求 $a + b + c = ?$ 題庫 73

學生演練：若四位數 $3a65$ 的標準分解式為

$3^2 \times b \times c \times d$ ，則下列敘述何者錯誤？ 題庫 32

(A) $a = 4$ (B) $b = 5$ (C) $c = 7$ (D) $d = 13$

學生演練：將 39、65、77、85、119、 x 六數分成兩組，每組中的 3 數乘積皆相等，則 $x = ?$

題庫 102

學生演練：試將 440 與 1155 做質因數分解，並寫出相同的質因數為何？

★連續正整數相乘的質因數

(一) $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 30$ 的質因數剛好為 $1 \sim 30$ 的質數。

(二) $21 \times 22 \times 23 \times 24 \times \cdots \times 30$ 的質因數的找法：①、②步驟

★ $21 \times 22 \times 23 \times 24 \times \cdots \times 30$ 的質因數

① $1 \sim 20$ 的質數：2、3、5、7、11、13、~~17~~、~~19~~

② $21 \sim 30$ 的質數：23、29

質因數有：2、3、5、7、11、13、23、29

① 列出 $1 \sim 20$ 的質數，並逐一核對。

② 列出 $21 \sim 30$ 的質數，並與上一步驟做總結。

例題 47：若 $a = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 30$ ，則 a 的相異質因數有幾個？

學生演練：若 $a = 3 \times 6 \times 9 \times 12 \times \cdots \times 60$ 的相異質因數有幾個？

題庫 40

例題 48：若 $a = 31 \times 32 \times 33 \times 34 \times \cdots \times 40$ ，則 a 的相異質因數有幾個？

學生演練：若 $a = 10 \times 11 \times 12 \times \cdots \times 50$ ，則 a 有幾個相異質因數？

題庫 88

例題 49：若 a 為自然數，且 $\frac{65}{a+1}$ 為整數，則 a 共有幾個？

學生演練：若 a 為自然數，且 $\frac{91}{a+1}$ 為整數，則 a 共有幾個？

例題 50：一個四位數 $762\square$ ，不能被 2、3、5 整除，且個位數不是 1，則 $\square = ?$

學生演練：一個五位數 $3675\square$ ，不能被 2、3、11 整除，則 $\square = ?$

★由標準分解式判斷因數與倍數

① 3^4 的『因數』為 3^0 、 3^1 、 3^2 、 3^3 、 3^4 。

② 5^3 的『倍數』為 5^3 、 5^5 、 5^6 、……。

例題 51：若 36 為 $2^a \times 3^4 \times 5^5$ 的因數，則正整數 a 的最小值為何？

例題 52：若 $a = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ，則下列何者是 a 的因數？

- (A) $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$
(B) $2^2 \times 3^2 \times 7$
(C) $3 \times 5^2 \times 7$
(D) $2^3 \times 3^3 \times 5$

例題 53：若 $b = 2^3 \times 3^2 \times 5$ ，則下列何者不是 b 的倍數？

- (A) $2^3 \times 3^3 \times 5^2$
(B) $2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$
(C) $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 13^2$
(D) $2^3 \times 3^3 \times 7 \times 13$

例題 54：若 $a = 11 \times 12 \times 13$ ，則下列不是 a 的因數？ (A) 36 (B) 44 (C) 132 (D) 143

題庫 69

例題 55：已知 甲 $= 2^2 \times 3^a \times 5$ ，且甲是 90 的倍數，但不是 54 的倍數，則 $a = ?$ 題庫 13

學生演練：若 $2^a \times 3$ 為 48 的因數，則整數 a 可能為何？

學生演練：若 $a = 3^2 \times 5^3 \times 7$ ，則下列何者是 a 的因數？

- (A) 49
(B) $3^3 \times 5^3$
(C) $3^2 \times 5^2 \times 7$
(D) $5^4 \times 7$

學生演練：若 $b = 3^3 \times 5^2 \times 7$ ，則下列何者是 b 的倍數？

- (A) $3^2 \times 5^2 \times 7$
(B) $3^3 \times 5 \times 7$
(C) $2 \times 3^3 \times 5^3$
(D) $3^3 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$

學生演練：若 $a = 22 \times 33 \times 5$ ，則下列不是 a 的因數？ (A) 55 (B) 66 (C) 220 (D) 605

學生演練：已知 甲 $= 2^a \times 3 \times 7$ ，且 56 是甲的因數，但 48 不是甲的因數，則 $a = ?$