

① (底數可化成相同)

$$2^{11} = 2^{11}$$

$$4^5 = (2^2)^5 = 2^{10} \Leftrightarrow 2^{11} > 4^5 > 8^3$$

$$8^3 = (2^3)^3 = 2^9$$

② (指數可化成相同)

$$5^{12} = (5^2)^6 = 25^6$$

$$3^{18} = (3^3)^6 = 27^6 \Leftrightarrow 3^{18} > 5^{12} > 2^{24}$$

$$2^{24} = (2^4)^6 = 16^6$$

③ 提出公因數

比較下列數字大小

$$a = 2^2 \times 3^5 \times 5^3$$

$$b = 2^3 \times 3^4 \times 5^2$$

$$c = 2^3 \times 3^3 \times 5^3$$

$$a = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times (3^2 \times 5) \rightarrow 45$$

$$b = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times (2 \times 3) \rightarrow 6$$

$$c = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times (2 \times 5) \rightarrow 10$$

$$\therefore a > c > b$$

例題 25：若  $a = 2^{10}$ 、 $b = 4^{12}$ 、 $c = 8^6$ ，則此三數的大小關係為何？

學生演練：若  $a = 9^9$ 、 $b = 3^{20}$ 、 $c = 27^7$ ，則此三數的大小關係為何？ 題庫 16

例題 26：若  $a = 2^{36}$ 、 $b = 7^{12}$ 、 $c = 3^{24}$ ，則此三數的大小關係為何？ 題庫 15

學生演練：若  $a = 2^{105}$ 、 $b = 3^{70}$ 、 $c = 7^{35}$ ，則此三數的大小關係為何？

例題 27：若  $a = 2^4 \times 3^3 \times 5^4$ 、 $b = 2^3 \times 3^2 \times 5^5$ 、 $c = 2^5 \times 3^4 \times 5^3$ ，則此三數的大小關係為何？

學生演練：若  $a = 3^3 \times 5^4 \times 7^7$ 、 $b = 3^2 \times 5^5 \times 7^7$ 、 $c = 3^3 \times 5^5 \times 7^6$ ，則此三數的大小關係為何？

題庫 17

例題 28：若  $a = -2^9 \times 7^3$ 、 $b = -(2 \times 3^3)^3$ 、 $c = -55^3$ ，則此三數的大小關係為何？

學生演練：若  $a = -2^{55}$ 、 $b = -3^{44}$ 、 $c = -4^{33}$ ，則此三數的大小關係為何？

- ★ 底數  $\boxed{2}$   $\rightarrow 2、4、8、16、32、64、128、256、512、2014、\dots\dots$   $\boxed{2^{10}=2014}$
- ★ 底數  $\boxed{3}$   $\rightarrow 3、9、27、81、243、729、2187、6561、\dots\dots$
- ★ 底數  $\boxed{5}$   $\rightarrow 5、25、125、625、3125、\dots\dots$
- ★ 底數  $\boxed{7}$   $\rightarrow 7、49、343、2401、16807、117649、823543、5764801、\dots\dots$

注意：2、3、7 的個位數，每 4 個循環一次。

例題 29：回答下列各題

- (1)  $(-99)^{99}$  是  $(-99)^{98}$  的幾倍？
- (2)  $(-3)^0$  是  $(-3)^{-2}$  的幾倍？
- (3)  $(-2)^3$  是  $(-2)^{-2}$  的幾倍？
- (4)  $8^{15}$  是  $2^{48}$  的幾倍？
- (5)  $50^{10}$  是  $10^{20}$  的幾倍？

學生演練：

- (1)  $(-3)^9$  是  $-3^7$  的幾倍？
- (2)  $(-2)^{-12}$  是  $(-2)^{-10}$  的幾倍？
- (3)  $(-3)^8$  是  $-3^4$  的幾倍？
- (4)  $9^{25}$  是  $27^{16}$  的幾倍？
- (5)  $10^{14}$  是  $(-20)^7$  的幾倍？

例題 30：若  $4^8 \times 8^3 \div 2^{15} = 2^\square$ ，則  $\square = ?$

學生演練：若  $3^5 \times 27^3 \div 81^2 \times 9^3 = 3^\square$ ，則  $\square = ?$

例題 31：若  $(a^b)^3 = 2^{18}$ ，則  $a+b$  之值不可能為何？ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

學生演練：若  $16^3 \div 8^8 \times 4^4 \times 2^{16} = 2^a = 4^b = 8^c$ ，則  $a、b、c$  分別為何？

$\boxed{\text{題庫 110}}$

例題 32：觀察下列規律  $3^1 = 3、3^2 = 9、3^3 = 27、3^4 = 81、3^5 = 243、\dots\dots$ ，則  $3^{1999}$  乘開後的個位數字為何？  $\boxed{\text{題庫 28}}$

學生演練：求  $7^{21} \div 10$  的餘數 = ?  $\boxed{\text{題庫 73}}$

例題 33：若  $2^4 \times 4^5 \times 8^6 = 2^m$ ，則  $m = ?$

題庫 24

例題 34：已知  $13^3 = 2197$ ，求下列各式之值

(1)  $(130)^3 =$

(2)  $(0.13)^3 =$

(3)  $(-1.3)^3 =$

例題 35：若  $72^3 = 2^a \times 3^b$ ，則  $a$ 、 $b$  分別為何？

例題 36：若  $2^2 \times 4^5 \times 8^6 = 2^a = 4^b$ ，則  
 $a + b = ?$

例題 37：若  $a$ 、 $b$  兩數滿足  $10^{2a+1} = 1000^{b-1} = 10000000000$ ，則  $a + b = ?$

題庫 105

學生演練：若  $108^m = 2^n \times 3^{21}$ ，則  $m + n = ?$

題庫 25

學生演練：已知  $19^3 = 6859$ ，求下列各式之值

(1)  $(190)^3 =$

(2)  $(0.19)^3 =$

(3)  $(-1.9)^3 =$

學生演練：若  $(504)^2 = 2^a \times 3^b \times 7^c$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為何？

學生演練：若  $3^{24} = 9^a = 27^b = 81^c$ ，則  
 $a + b + c = ?$

題庫 12

學生演練：若  $2^{3a+1} = 4^{b-1} = 1024$ ，則  $a^b \div b^a = ?$

例題 38：已知  $a$ 、 $b$  為正整數、 $16 \times 240 = 3840$ ，  
若  $240 \times 16^5 - 3839 \times 16^4 = a^b$ ，且  $a < 3$ ，則  
 $a - b = ?$

例題 39：若  $5^a = 6$ ，求下列各式之值

(1)  $5^{a+2} =$

(2)  $5^{2a-1} =$

例題 40：題庫 44

計算  $\frac{1}{(-3)^2} + \frac{3}{(-3)^3} - \frac{9}{(-3)^4} + \frac{27}{(-3)^5} = ?$

例題 41：計算下列各式

(1)  $27 - 2 \times (-3)^2 - (-1)^2 \times (-2^2)$

=

(2)  $|(-2)^2 \times (-3^2) - (-5) \times 4 - 8| \div (-2)^3$

=

(3)  $(122 - 125)^3 - (4^2 - 5^2)^2 - (5 - 3)^3 \div (98 - 99)^9$

=

學生演練：已知  $119 \times 21 = 2499$ ，求

$119 \times 21^3 - 2498 \times 21^2 = ?$

題庫 56

學生演練：若  $2^x = 3$ ，求下列各式之值

(1)  $2^{x+3} =$

(2)  $2^{3x-2} =$

學生演練：題庫 55

計算  $(\frac{494}{247})^5 - (\frac{1161}{387})^4 + (\frac{4936}{1234})^3 = ?$

學生演練：

(1)  $6^2 + (-2^2) \times (-3^2) \div (-2) - (-5)^2 \times (-2)^2$

=

(2)  $|(-5)^2 \times 2^2 - (-3)^2 \times 7^2| - (-3^4) \div 9$

=

(3)  $(17 - 24)^3 \div (9 - 16)^2 - (7 - 8)^2 \times (3^2 - 4^2)$

=

例題 42：已知  $a$ 、 $b$  均為整數，新運算符號『@』的運算規定如下  $a@b = -a^2 + a \times b + 5$ ，則  $(-3)@4 = ?$

例題 43：

已知  $25^4 \times 27^3 \times 125^2 \times 4^2 \times 9^4 = 2^a \times 3^b \times 5^c$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c = ?$

例題 44：已知  $a$ 、 $b$  均為正整數，且  $(32 \times 81)^a = 2^{35} \times 3^b$ ，則  $a$ 、 $b = ?$

例題 45：計算下列各式

(1)  $5^{10} \times 9^5 = (5 \times A)^{10}$ ，則  $A = ?$

(2)  $6^5 \times (\frac{1}{51})^5 \times 17^5 = ?$

例題 46：

三角形數

連續奇數之和，

根據數字規則，

若  $1+3+5+7+\dots+45+47 = (\text{甲})^2$ ，則甲 = ?

$1+3=2^2$
$1+3+5=3^2$
$1+3+5+7=4^2$
$1+3+5+7+9=5^2$

學生演練：已知  $a$ 、 $b$  均為整數，新運算符號

『☆』的運算規定如下  $a \star b = a^2 - |a| \times b - 2^3$ ，

則  $(-9) \star (-7) = ?$

學生演練：

已知  $3^{18} \times 9^{30} \times 4^{12} \div 2^{19} \div 27^{35} = 2^a \times 3^b$ ，則  $a$ 、 $b = ?$

學生演練：已知  $a$ 、 $b$  均為正整數，且  $6^a \times 8^b \times 9^2 = 2^9 \times 3^7$ ，則  $a$ 、 $b = ?$

學生演練：計算下列各式

(1)  $10^{10} = (-50)^5 \times B$ ，則  $B = ?$

(2)  $(2\frac{2}{3})^5 \div (\frac{2}{3})^5 = ?$

學生演練：

正方形數

根據數字規則，

若  $1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1 = (\text{乙})^2$ ，則乙 = ?

$1+2+1=2^2$
$1+2+3+2+1=3^2$
$1+2+3+4+3+2+1=4^2$
$1+2+3+4+5+4+3+2+1=5^2$

未經張啟超同意 不得從事營利使用

★提出『最低次方』公因數解指數律的技巧

①  $2^{58} - 2^{57} = (2-1) \times 2^{57} = 2^{57}$

②  $2^{30} - 2^{29} - 2^{28} = (2^2 - 2 - 1) \times 2^{28} = 2^{28}$

③  $3^9 - 3^8 - 3^8 = 3^8 \times (3-1-1) = 3^8$

④  $3^9 + 3^9 + 3^9 = (1+1+1) \times 3^9 = 3^{10}$

⑤  $3^9 + 3^{10} + 3^{11} = 3^9 \times (1+3+3^2) = 3^9 \times 13$

⑥  $7^{10} - 7^9 + 7^8 = 7^8 \times (7^2 - 7 + 1) = 7^8 \times 43$

⑦  $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \times 4^3 = 4^4$

⑧  $6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 = 6 \times 6^5 = 6^6$

⑨  $4 \times 3^7 - 5 \times 3^8 + 6 \times 3^9 = 3^7 \times (4 - 5 \times 3 + 6 \times 3^2) = 3^7 \times 43$

例題 47：回答下各題

(1)  $9^4 + 9^4 + 9^4 = 3^{\square}$

(2)  $(2^{12} - 2^9) \div 7 = 2^{\square}$

(3) 若  $2^{29} - (2^{29} + 2^{28}) \div 3 = 2^m$ ，則  $m = ?$

題庫 26

(4) 若  $(9^{10} - 9^9 + 9^8) \div 73 = 3^{\square}$ ，則  $\square = ?$

題庫 33

(5) 若  $(-2)^9 \times 7^7 \times (-3)^8 = 42^7 \times \square$ ，則  $\square = ?$

題庫 47

學生演練：回答下各題

(1)  $\underbrace{7^9 + 7^9 + 7^9 + \dots + 7^9}_{\text{共49個}} = 7^{\square}$

(2)  $(3^{16} - 3^{14}) \div 8 = 3^{\square}$

(3) 計算  $7^{11} - (7^{12} - 7^{11}) \div 6 = ?$

題庫 20

(4) 若  $17^{12} - 17^{14} + (-17)^{13} = a \times 17^{12}$ ，則  $a = ?$

題庫 35

(5)  $(7^{13} + 7^{10}) \div (7^{11} + 7^8) - (4^4 + 4^3) \div 5 \times (-99)^0 =$